

1. 極限

定義

$$\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = a$$

$$\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x (0 < x - x_0 < \delta) \cdot |f(x) - a| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = a$$

$$\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x (0 < x_0 - x < \delta) \cdot |f(x) - a| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$$

$$\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = a$$

定理・性質

① 四則演算と \lim の順序は入れ替え可能

② コーシーの判定条件

$x \rightarrow x_0$ で $f(x)$ が収束する必要十分条件は、

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x' (0 < |x' - x_0| < \delta) \cdot |f(x) - f(x')| < \varepsilon$$

③ はさみうちの定理

$f(x) < h(x) < g(x)$ かつ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = a$ ならば、

$$\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = a$$

※解説はだいぶ後日に更新予定。